

# Vjezbe 7

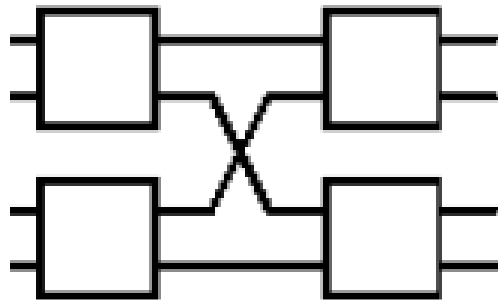
## Komutacioni sistemi

# Primjer 1

Na ulaz komutatora sa 4 ulaza i 4 izlaza dolaze paketi sa vjerovatnoćom  $p=1$ . Paket je uniformno adresiran na izlaze.

a) Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod krosbar komutatora

b) Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod banijan komutatora datog na slici

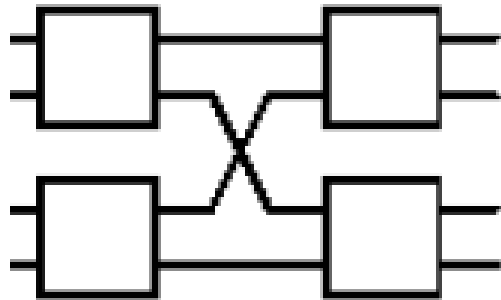


# Primjer 1

a) Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod krosbar komutatora

$$1 - N! / (N^N) = 1 - 24 / 256 = 29 / 32$$

a) Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod banijan komutatora datog na slici



1324 2413 3124 4123

1342 2431 3142 4132

1423 2314 3214 4213

1432 2341 3241 4231

$$P = 1 - 16 / 256 = 1 - 1 / 16 = 15 / 16$$

## **2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem**

Za 4x4 crossbar prostorni komutator izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i propusnost, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Izlazna kolizija, kod ove vrste komutatora se rješava izborom jedne od ćelija u koliziji od strane linijskog (magistralnog) kontrolera dok se ostale ćelije odbacuju .

Izbor ćelije može biti različit (slučajan, round-robin, zavisno od prioriteta komutacionih elemenata,...)

Posmatrajmo uniformni saobraćaj. Uočimo proizvoljan ulaz  $i$  i proizvoljan izlaz  $j$ . Vjerovatnoća da u jednom trenutku dolazi  $n$  ćelija adresiranih za izlaz  $j$  je

$$P_n = \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n}$$

## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlazne magistrale. Polazeći od zakona održanja protoka i uniformnosti ulaznog saobraćaja slijedi:

$$\rho_{ul} = \rho_{iz} + \rho_{ul}P_L$$

$\rho_{ul}$  - opterećenje na ulazu posmatrane izlazne magistrale

$\rho_{iz}$  - propusnost posmatranog izlaza

$$\rho_{ul} = \sum_{n=1}^N n \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} = \sum_{n=1}^N \frac{N!}{(N-n)!(n-1)!} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} N \binom{N-1}{n} \frac{p}{N} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-1-n} = p \left(1 + \frac{p}{N} - \frac{p}{N}\right)^{N-1} = p$$

$$\rho = \rho_{iz} = \sum_{n=1}^N \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} = 1 - \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N$$

## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Vjerovatnoća gubitka je:

$$P_L = \frac{\rho_{ul} - \rho_{iz}}{\rho_{ul}} = \frac{p - 1 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N}{p}$$

Kod ove topologije kašnjenje i varijansa kašnjenja u prenosu zbog komutiranja su zanemarljive.

Za komutator sa beskonačnim brojem ulaza, dobija se

$$\rho = 1 - e^{-p}$$

$$P_L = \frac{p - 1 + e^{-p}}{p}$$

## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

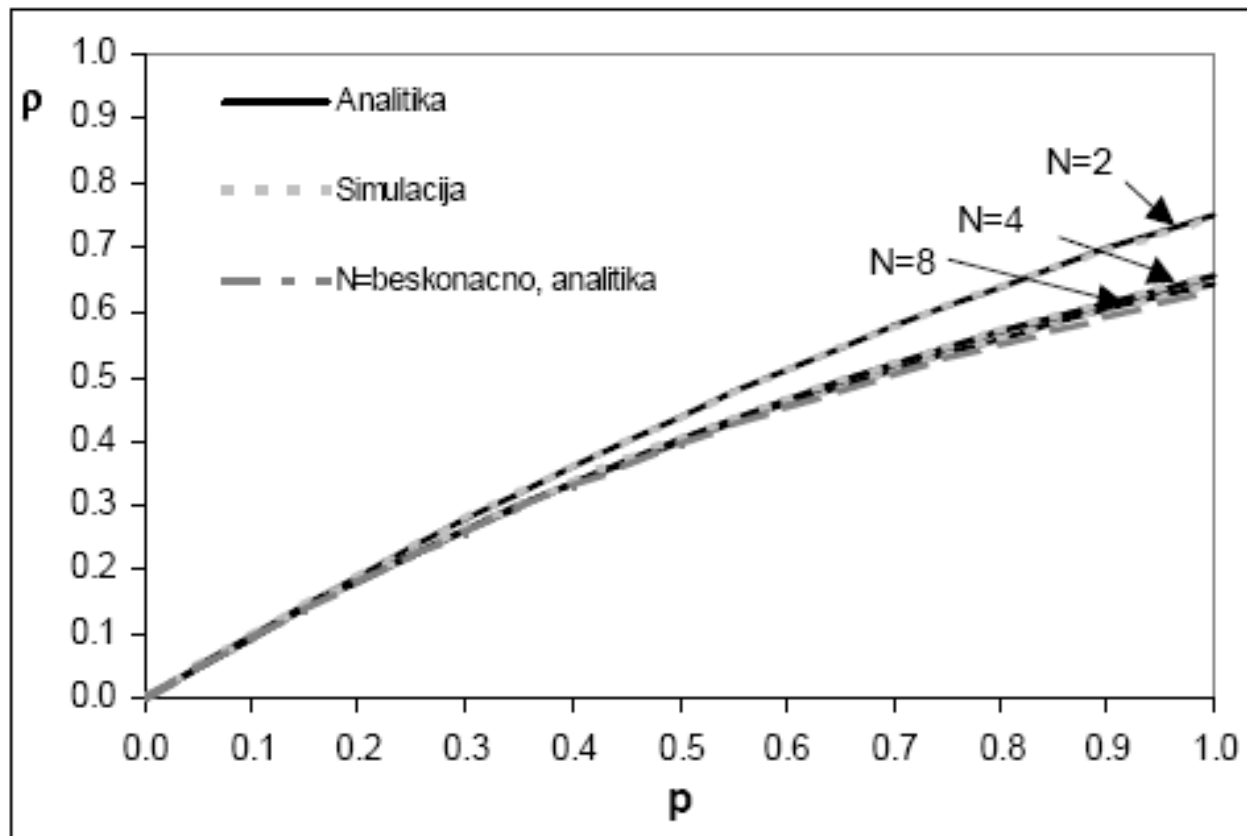
Za 4x4 komutator,  $N=4$

$$P_L = \frac{p - 1 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N}{N} = \frac{p - 1 + \left(1 - \frac{p}{4}\right)^4}{4}$$



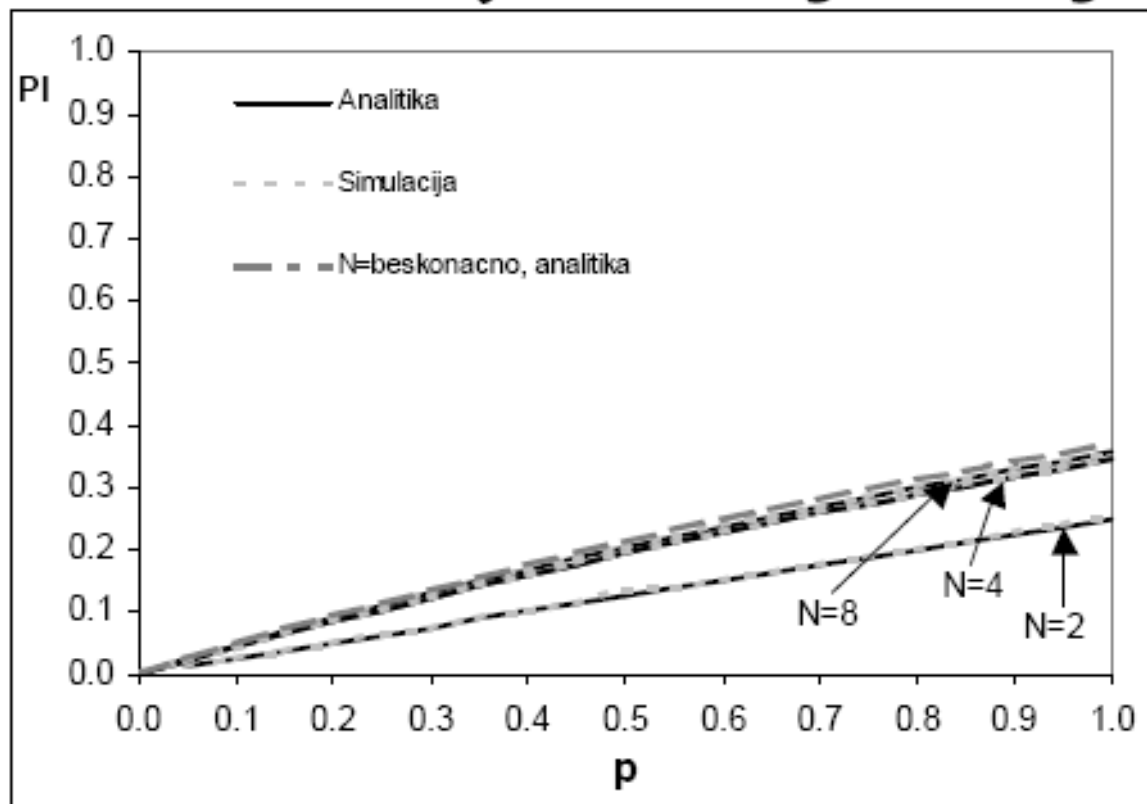
## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

*Propusnost komutatora  $\rho$  u funkciji ulaznog opterećenja  $p$  za različito  $N$ , za uniformni dolazni saobraćaj*



## 2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

*Vjerovatnoća gubitka ćelija u zavisnosti od ulaznog opterećenja  $p$  za različite vrijednosti veličine komutatora  $N$ , za slučaj uniformnog dolaznog saobraćaja*



### **3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu**

Za komutator sa baferima na izlazu izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i srednje kašnjenje, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

### 3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

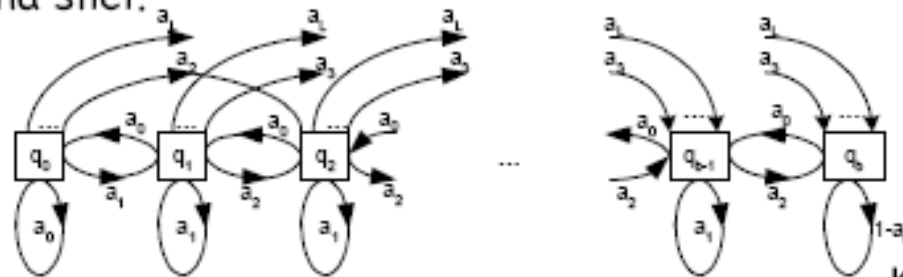
Vjerovatnoća dolaska k paketa na jedan izlaz je jednaka

$$a_k = \begin{cases} p_k, & k < L \\ \sum_{k=L}^N p_k, & k = L \end{cases}$$

gdje je

$$p_k = \binom{N}{k} \left(\frac{p}{N}\right)^k \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-k} \underset{N \rightarrow \infty}{=} \frac{e^{-p} p^k}{k!}$$

Zbog uniformnosti dolaznog saobraćaja analiza samo jednog izlaznog bafera je validna za razmatranje čitavog skupa izlaznih bafera. Proizvoljan izlazni bafer se modeluje konačnim diskretnim Markovljevim lancem, pri čemu se stanje definiše kao broj ćelija u izlaznom baferu. Očigledno treba da bude  $b \geq L$ . Dijagram stanja ovog modela je prikazan na slici.



### 3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Na osnovu metoda za rješavanje Markovljevih lanaca mogu se napisati jednačine

$$q_1 = q_o \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_L}{a_o}$$

$$q_i = \frac{1}{a_o} \left[ q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=1}^{i-2} q_k a_{i-k-1} - q_o a_{i-1} \right] \quad 1 \leq i \leq L$$

$$q_i = \frac{1}{a_o} \left[ q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=i-L}^{i-2} q_k a_{i-k-1} \right] \quad L < i \leq b$$

$$q_o = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^b \frac{q_k}{q_o}}$$

### 3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlaznog bafera i data je relacijom

$$\rho = 1 - q_0$$

vjerovatnoća gubitka ćelija je data jednačinom konzervacije protoka

$$P_L = \frac{p - \rho}{p}$$

polazeći od poznate Litlove formule srednje kašnjenje ćelije zbog komutiranja je dato formulom

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^b iq_i}{\rho}$$